

ウェーブレット分解で見る, ある種の傾き錯視における類似性

新井 仁之*・新井 しのぶ

* 東京大学大学院 数理科学研究科
〒153-8914 東京都目黒区駒場 3-8-1

1. はじめに

本稿ではウェーブレットを用いて行った傾き錯視図形, 特にフレーザー錯視 (図 1, 図 4), カフェウォール錯視 (図 6), 北岡明佳によるいくつかの錯視図形 (図 9, 図 12, 図 15, 図 18, 図 20) に関する研究結果を報告する. 本論文では, これらの図形をいくつかのサブバンド信号にウェーブレット分解すると, ある特定のサブバンド信号がフレーザー錯視のそれと類似していることを示す. またそれらのサブバンド信号を原画像から減算したものをウェーブレットにより再構成すると, 錯視の現れない図形が得られることも示す. このことは, 後で述べるように, それらの類似した部分がそれぞれの図形において錯視を引き起こす要因を含んでいることを意味する.

よく知られているように, 以前から帯域通過フィルタを用いてミュンスターバークの錯視やカフェウォール錯視のような傾き錯視を調べることがなされてきた^{1,2)}. 特に Morgan と Moulden はミュンスターバーク錯視に帯域通過フィルタを施すことにより, モルタルの部分にねじれ紐が現れることを明らかにした²⁾. これはミュンスターバーク錯視の要因がねじれ紐のそれと同じであるというフレーザーによる説³⁾を支持する結果であった. 本論文では単なる帯域通過フィルタによるフィルタリングではなく, ウェーブレットを用いた研究を行うが, ウェー

レットは従来の帯域通過フィルタリングに比べて優れている点をもっている. またそれにより新しい知見も得ることができる. 本論に入る前に, ウェーブレット解析のもつ特徴的な点を二点あげておきたい.

1. ウェーブレットはいくつかの大きさと向きをもつ帯域通過フィルタと低域通過フィルタからなる多重解像度構造をもつフィルタバンクであるので, 位置, 向きという空間情報と, 空間周波数情報を同時に詳細に分析できる.

帯域通過フィルタを巧妙に選べば, 帯域通過フィルタリングでもこういった空間-空間周波数解析はある程度可能であるが, ウェーブレットはそれを容易に実行し, かつ高速アルゴリズムにより計算量の削減ができる. また次のような性質ももっている.

2. ウェーブレットは完全再構成フィルタバンクである. つまり分解フィルタと呼ばれる帯域及び低域通過フィルタにより原画像をサブバンド信号に分解し, それらを合成フィルタにより合成して原画像を完全に再構成できる.

この完全再構成の性質を利用して, 次のような錯視図形の解析が可能になる: まず錯視図形をウェーブレット分解フィルタバンクによりサブバンド信号に分解する. 次にサブバンド信号の一部を抜き取り, 残りを再構成する. もしその再構成された図形が錯視を引き起こさないならば, 抜き出したサブバンド信号の中に錯視の要因が含まれていることがわかる. なぜならば完全再構成の性質により, ウェーブレット分解

文部科学省科学研究費 (萌芽研究) 「ウェーブレットによる視覚情報処理と錯視の研究」の補助による.

されたサブバンド信号に何も加工を加えずに再構成すると原画像が得られるからである。なお視覚野には分解された信号を完全に統合する単一の主領野は存在しないと考えられている⁴⁾。すなわち視覚野には再構成バンクに相当するものは存在しないことになる。本論文では再構成バンクは、どのサブバンド信号が錯視の要因を含むかを示すための技術的な手段として用いたに過ぎない。

ところでウェーブレット解析では、しばしば最大間引きフィルタバンクを用いるのに対して、本稿では最大重複フィルタバンクを用いる。その理由は次のものである。

3. 最大重複ウェーブレットフィルタバンクは冗長なフレームを形成しているため、サブバンド信号のさまざまな加工に対して剛健である。

このほか、ウェーブレットによるフィルタバンクがV1の単純細胞による情報処理と類似したものになっているという点も指摘しておきたい。ただしV1での処理にはウェーブレット解析に加えて、さまざまな非線形処理も行われている。その一つの数理モデル化についてはArai⁵⁾を参照してほしい。

ところでウェーブレットにはさまざまな種類があるが、今回はCohen, Daubechies, Feauveau^{6,7)}による双直交ウェーブレット(Cohen et al.⁶⁾の記号で $k=4, N=4, \tilde{N}=4$ の場合)のテンソル積を使って構成した最大重複フィルタバンクを用いた(最大重複フィルタバンクはCoifman and Donoho⁸⁾, Nason and Silverman⁹⁾他による)。その理由はこれまでの研究において、実験的にこのフィルタバンクが比較的優れていたからである^{5,10)}。

画像は特に断らない限り256×256画素、256階調のものを用いた。錯視図形の描画及びシミュレーションはMATLAB[®]を使って行った。

2. フレーザの錯視図形

まずウェーブレットを用いて、フレーザ錯視図形(図1)から錯視の要因となるサブバン



図1 フレーザ錯視。

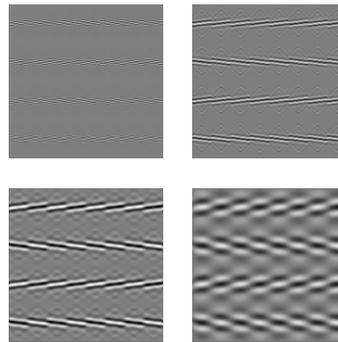


図2 フレーザ錯視の水平部分(左上レベル1, 右上レベル2, 左下レベル3, 右下レベル4)。

ド信号を抜き出してみよう。一般に、ウェーブレットにより画像は J 個のレベルに分解されるが(今回は $J=7$ としている)、その各レベルは近似部分(approximation part)と呼ばれる画像信号と詳細部分(detail part)と呼ばれる画像信号からなる。このうち詳細部分はさらに水平部分、垂直部分、対角部分の三つに分解されている。大まかにいって、近似部分は画像の低域部分で、レベルが高いほどより低域な部分となっている。レベル k の詳細部分とはレベル $k-1$ の近似部分とレベル k の近似部分の差である。

図2はフレーザ錯視図形(図1)のレベル1から4までの水平部分である。他の分解部分(これは紙数の都合で記載していない)に比べ、目算によっても明らかに図2の部分に傾きの錯視が認められた。なおすべての詳細部分の画像は、各図形を比較しやすいように共通のスケールリングを施して表示している。さてここで、フレーザの錯視図形(図1)から、図2を足し合わせたものを減算してみる。図2を足し合わせたものが図3左で、フレーザの錯視図形か

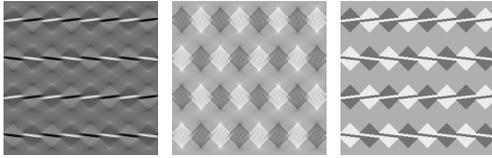


図3 フレーザ錯視図形から錯視部分を取り出す。

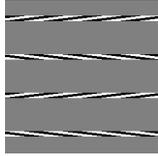


図4 縁飾りのないフレーザ錯視。

ら図3左を抜き取ったものが図3中央である。つまり

$$(\text{図3左}) + (\text{図3中央}) = (\text{図3右})$$

となっている。図3中央には明らかに錯視は見られない。このことは図3左が錯視の要因を含んでいることを示している。なお図3のような操作では、値が0と255の範囲を超えてしまうことがあるため、最小値と最大値が0と255の間に収まるようスケーリングしてある。そのため図1と図3右は濃淡が異なって表示されている。しかし数値的には同じである。今後このような操作を行う場合は、画像表示のための同様のスケーリングを行う。

縁飾りのないフレーザの錯視図形（図4）についてもウェーブレット解析を行ってみる。前述の錯視図形（図1）と同様の解析により、図4の近似部分、詳細部分の中で、レベル1から4の水平部分（図5）が錯視に影響していることがわかる。なお図1と図4のウェーブレットによる解析結果において、どちらにも共通しているのはいわゆる「ねじれ紐」が詳細部分の水平部分に含まれていることである。

3. カフェウォール錯視図形

次にカフェウォール錯視図形（図6）についてウェーブレット解析を行ってみよう。図6をウェーブレット分解したときの近似部分と詳細部分を見ると、目算によりレベル2からレベル

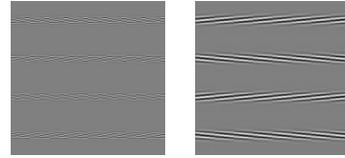


図5 縁飾りのないフレーザ錯視の水平部分（左上レベル1，右上レベル2，左下レベル3，右下レベル4）。

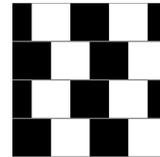
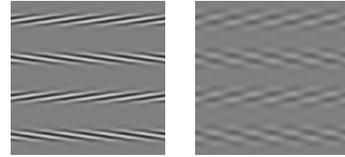


図6 カフェウォール錯視。



図7 カフェウォール錯視の水平部分（左からレベル2，レベル3，レベル4）。

4の詳細部分の水平部分（図7）にねじれ紐が現れた。ここに錯視の要因が含まれていることが推測できる。実際この推測が正しいことが次のようにしてわかる。まずこれらの水平部分を足し合わせたものを計算する（図8左）。そしてそれを原画像から減算すると、図8中央の画像が得られる。図8中央の画像はカフェウォール錯視図形と類似しているが、錯視が現れないことが確認できる。このことは図8左がカフェウォール錯視図形の錯視の要因を含んでいることを意味している。図8右は図8左と図8中央を加算したものである。なおカフェウォール錯視図形に帯域制限フィルタによるフィルタリングを施すと、ねじれ紐のパターンが得られ

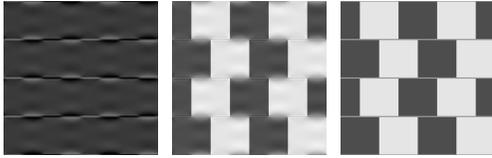


図8 カフェウォール錯視の錯視部分の抽出。

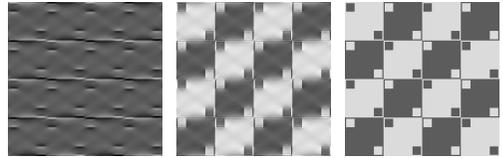


図11 市松模様錯視の水平方向の錯視の抽出。

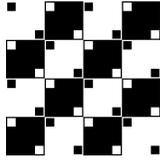


図9 市松模様錯視。

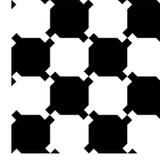


図12 縁飾りエッジの錯視。

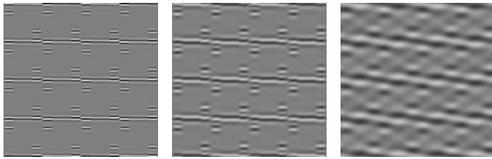


図10 市松模様錯視の水平部分（左からレベル2, レベル3, レベル4）。

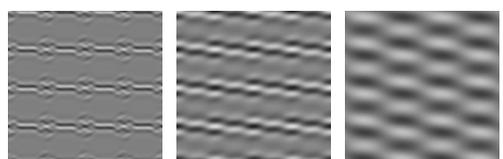


図13 縁飾りエッジの錯視の水平部分（左からレベル3, レベル4, レベル5）。

ることはすでに知られている（このことに関する文献等はたとえば北岡，今井¹¹⁾ 参照）。またモルタルの濃さあるいは太さによる錯視量の違いに関するウェーブレットを用いた研究もある（新井^{5,10)}）。

4. そのほかの錯視図形

本節では北岡明佳が考案した市松模様錯視，縁飾りエッジの錯視，水路の錯視，Yジャンクションの錯視^{12,13-15)}のウェーブレット解析を行う。

まず市松模様錯視（図9）の解析から始める。これは水平方向の傾きの錯視と垂直方向の傾きの錯視を含んだ図形である。このうち水平方向の傾きの錯視に影響を与えている部分はレベル2，レベル3，レベル4の詳細部分のうちの水平部分である（図10）。なぜならば，それらを加算したもの（図11左）を原画像から減算すると，図11中央が得られるが，そこでは水平方向の傾きが消えている。しかしながら垂直方向の傾きは依然残っている。

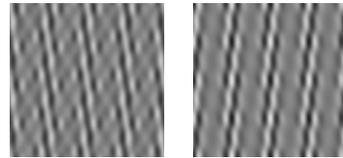


図14 左は市松模様錯視の垂直部分，右は縁飾りエッジの錯視の垂直部分（ともにレベル4）。

次に縁飾りエッジの錯視（図12）の解析を行う。図12も水平方向の傾きの錯視と垂直方向の傾きの錯視を含んだ図形である。このうち水平方向の錯視に影響を与えている部分はレベル3，レベル4，レベル5の詳細部分のうちの水平部分である（図13）。

さて市松模様錯視と縁飾りエッジの錯視の水平方向は両方右に傾いて見えるが，垂直方向は反対に傾いて見える。そこで，レベル4の詳細部分の垂直部分を比べると図14のように逆向きのねじれ紐になっている。

水路の錯視をグレイスケールにしたもの（図15）のウェーブレット解析を行う。その分解の

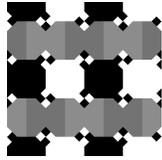


図 15 水路の錯視.

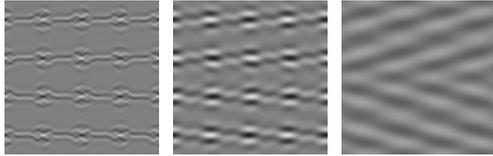


図 16 水路の錯視の水平部分 (左からレベル 3, レベル 4, レベル 5).

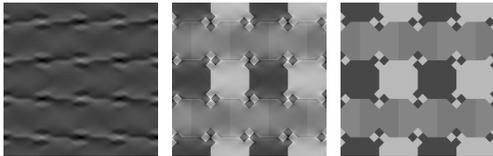


図 17 水路の錯視の錯視部分の抽出.

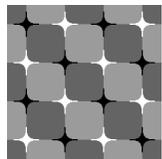


図 18 Yジャンクションの錯視.

中で錯視に関連した部分は図 16 のようになっている. 実際この錯視図形の詳細部分の水平部分にねじれ紐状のものが現れていることがわかる. しかもこれが傾きの錯視を引き起こす要因となっている. なぜならば, 図 16 を足し合わせたもの (図 17 左) を原画像から減算したものの (図 17 中央) には傾きの錯視がほとんど現れていないからである.

図 18 は Yジャンクションの錯視である. 水平方向の錯視に影響を与えている詳細部分は図 19 のようになっている, やはりねじれ紐を含んでいる.

この錯視には動く錯視も含まれていることが北岡により指摘されている¹⁴⁾. そのことをより

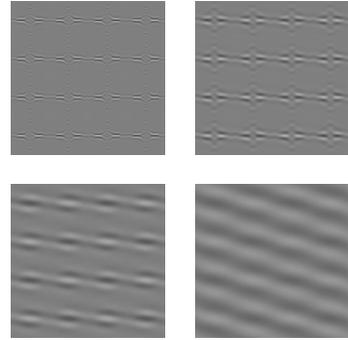


図 19 Yジャンクションの錯視の水平部分 (左上レベル 2, 右上レベル 3, 左下レベル 4, 右下レベル 5).

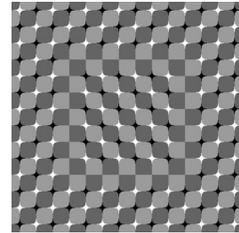


図 20 Yジャンクションの錯視.

強く知覚できる錯視図形も北岡によって作成されている¹⁶⁾. 本論文ではそれを 896×896 画素で描いたもの (図 20) を用いて, ウェーブレットによる解析を行う.

その結果, 図 20 ではよりレベルが高い詳細部分も含むかなり多くの部分が動く錯視に影響を与えていることがわかった. たとえば動く錯視に関する詳細部分のうちの垂直部分は図 21 のようになっている. また対角部分は図 22 のようになっている. このレベル 3~6 の垂直部分と, さらにレベル 3~6 の水平部分, レベル 6, 7 の対角部分を原画像から分離したものが図 23 左である. 図 23 左を原画像から減算したものが図 23 中央である. 確かに図 23 中央には動きの錯視がほとんど認識できないことが確認できるであろう.

なお北岡は, 図 20 の垂直部分 (図 21) とよく似た錯視も作成している. それについては北岡のホームページ¹⁴⁾ を参照してほしい.

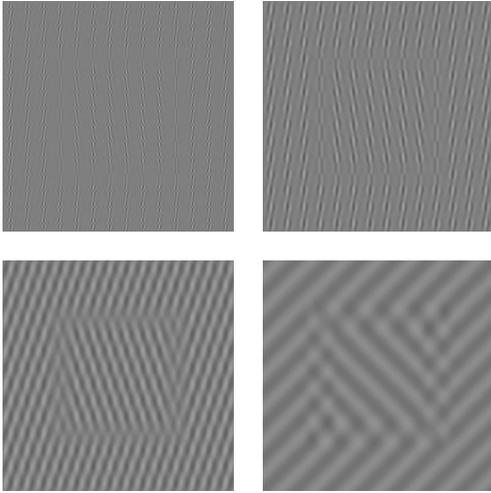


図 21 Yジャンクションの錯視の垂直部分（左上レベル3, 右上レベル4, 左下レベル5, 右下レベル6）.

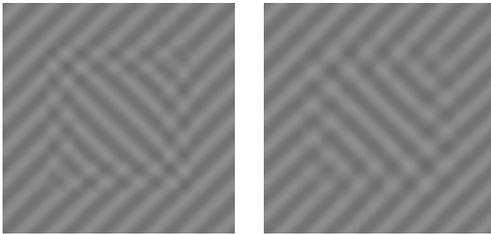


図 22 Yジャンクション錯視の対角部分（左レベル6, 右レベル7）.

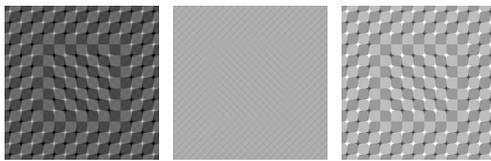


図 23 Yジャンクションの錯視から動く錯視を抽出する.

5. 考 察

ウェーブレットによる多重解像度解析にある種の非線形処理機能を付加したものはV1野の単純細胞による視覚情報処理に類似している⁵⁾. 視覚情報処理では、V1野の単純細胞等がサブバンド信号を形成し、それを高次の関連領野に伝送していると考えられる。そこではサブバン

ド信号はほぼ並列処理される。本論文では、ここで取り上げた錯視図形について、ウェーブレットによる特定のサブバンド信号がお互いに非常に類似している（たとえばフレーザー錯視とどれも類似している）部分をもっており、それがそれぞれの図形における錯視の要因を含んでいることを示した。具体的にこのサブバンド信号がどのように処理されて、われわれは線が傾いていると認識するのかはまだ明らかではない。

ところで単純細胞はいろいろな傾きをもってほかに、prewitt型のフィルタも持っている。今回の研究では、錯視図形が水平と垂直あるいは対角的な幾何学的図形であるため、単純にテンソル積型のウェーブレットを用いた。より多くの方向とタイプの異なるフィルタをもつ広い意味でのウェーブレットも考案されているし、また視覚との関係から筆者によっても研究が進められている。それを用いたより複雑な画像の研究は今後の課題である。

文 献

- 1) D. C. Earle and S. J. Maskell: Fraser cords and reversal of the café wall illusion. *Perception*, **22**, 383–390, 1993.
- 2) M. J. Morgan and B. Moulden: The Münsterberg figure and twisted cords. *Vision Research*, **26**, 1793–1800, 1986.
- 3) J. Fraser: A new visual illusion of direction. *British Journal of Psychology*, **8**, 307–320, 1908.
- 4) S. ゼキ: 脳と視覚. 別冊日経サイエンス「脳と心」, 78–89, 1993.
- 5) H. Arai: A nonlinear model of visual information processing based on discrete maximal overlap wavelets. *Interdisciplinary Information Sciences*, **11**, in press 2005.
- 6) A. Cohen, I. Daubechies and J.-C. Feauveau: Biorthogonal bases of compactly supported wavelets. *Communications in Pure and Applied Mathematics*, **45**, 485–560, 1992.
- 7) I. Daubechies: Ten Lectures on Wavelets. SIAM, 1992.
- 8) R. R. Coifman and D. L. Donoho: Translation

- invariant de-noising. *Lecture Notes in Statistics*, **103**, 125–150, 1995.
- 9) G. P. Nason and B. W. Silverman: The stationary wavelet transform and some statistical applications. *Lecture Notes in Statistics*, **103**, 281–299, 1995.
 - 10) 新井仁之：ウェーブレットと視覚—明暗の錯視をめぐって—。数学のたのしみ 2004 秋，日本評論社，78–99，2004.
 - 11) 北岡明佳，今井四郎：方向の錯視。後藤倬男，田中平八（編）：錯視の科学ハンドブック，東京大学出版会，136–163，2005.
 - 12) A. Kitaoka, B. Pinna and G. Brelsta: Contrast polarities determine the direction of Café wall tilts. *Perception*, **33**, 11–20, 2004.
 - 13) 北岡明佳：トリック・アイズグラフィックス。カンゼン，2005.
 - 14) 北岡明佳：北岡明佳の錯視のページ，<http://www.ritsumei.ac.jp/~akitaoka/>
 - 15) A. Kitaoka: Apparent contraction of edge angles. *Perception*, **27**, 1209–1219, 1998.
 - 16) 北岡明佳：新しい錯視の制作。後藤倬男，田中平八（編）：錯視の科学ハンドブック，東京大学出版会，476–480，2005.