■解説 (VISION Vol. 18, No. 1, 23–27, 2006)

ガボール視覚刺激と空間定位

蘆田 宏

京都大学 文学研究科

〒 616–8501 京都市左京区吉田本町

1. はじめに

ガボール（Gabor）パッチは，視覚科学，特に心理物理学の多くの実験に使われる基本的な刺激パタンのひとつである（後の図 1 を参照）．これは正弦波縞に 2 次元ガウス関数をかけたもので，無限に続く正弦波縞の一部を滑らかに切り出したもの，といえる．輝度コントラストの 2 次元的分布 $c(x,y)$ を原点中心として表すと

$$c(x,y)=A\ \sin(2\pi f_x x)\times\exp(-(x^2/2\delta^2+y^2/2\delta^2)) \tag{1}$$

という形になる（縦縞の場合）．A は振幅，f_x は空間周波数であり，ガウス関数の $SD(\delta)$ は方位によらず一定である．なお，ガウス関数も本来は無限の広がりをもつが，人間の感度には限りがあるため，適当なところで切り捨てて差し支えない．

一般に，ガボール刺激は正弦波刺激のエッジを滑らかにしたもの，と単純に考えられがちであるように思われる．それは間違いではないが，なぜ滑らかにしないといけないのか，という点も含めてもう少し考察することで，ガボール刺激の本来の意義を理解し，誤用，濫用を避けることができるだろう．本稿で論じる基礎的な内容はほとんどの読者にとって自明と思われるものの，実際，不適切な使用と思われる例を目にすることがないわけでもないので，参考にしていただける点もあるかもしれない．著者自身の理解にも不十分な点が多々あるので，問題点などご指摘いただければ幸いである．

2. 空間周波数と不確定性原理

時折，空間周波数 = 単位視角あたりの正弦波の周期数，というような理解をされていると思われる方に出会うことがある．もちろんそれは間違いとはいえないが，ガボール刺激の意義を考える上では不十分である．音の場合，周波数といって純音しか考えない人は少ないと思うのだが．空間周波数とは，画像の空間的な変化を信号としてとらえ，フーリエ解析によって空間次元を周波数次元に変換したもののことをいう．たとえば 1 次元の場合，

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-j\omega x}dx$$

$$f(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{j\omega x}d\omega \tag{2}$$

という形で空間次元と周波数次元を行き来できる．なお，係数の付け方など少々書き方が違うこともある．注目していただきたいのは積分の無限の広がりである．デジタル的な FFT を使う場合には限りある画像全体を対象とすることになるが，それでもなお，フーリエ変換 = 大域的という点はかわらない．空間周波数とはあくまでも画像（信号）全体に対して計算されるものである．

では，画面の一部に窓を作って正弦波縞パタンを提示したらどうなるか．窓の中だけがすべての世界であるならば空間周波数 = 縞の周期数／視角といってもさしつかえないだろう．しかし，いったん画面全体，あるいは視野全体を考えるとそのように単純にはいかなくなる．もちろん縞の周期に沿う周波数成分がなくなるわ

けではないが，一般に窓のエッジがシャープであるほど多くの高周波成分が付加される．たとえば，視覚実験で小さな窓の中に低周波の縞を提示して検出コントラスト閾を測ったとしたら，その閾値は縞そのものではなくエッジ付近の高周波成分で決まってしまうこともありえる．

逆にいうと，限られた提示範囲の中で単一の空間周波数からなる刺激を提示することは不可能だということになる．このことは，量子力学でいう不確定性原理[1)]と対応する．量子の運動量と位置は同時に確定することができない（Δx を位置の分散，Δp を運動量の分散とする $\Delta x \Delta p \geqq h/2$，$h$ はプランク定数）．同様に，周波数の分散と位置の分散の積は一定以下にできない（同じような式が書けるが右辺はフーリエ変換の定義によって変わるので省略する）．すなわち，信号においては周波数と位置を同時に局在化することはできないのである．

一見難解であるが，直感的にも一点だけで周波数がわからないことは明白である．また，縞の周期を正確に知りたければ何周期にもわたって測るべきだが，位置（中心位置という意味ではない）を正確に特定したければ全体を小さくするしかないことも納得できるだろう．

3. ガボール変換とウェーブレット

周波数と位置が同時に局在できないため，さまざまな局所的変化こそが重要な画像の認識において大域的フーリエ解析は使いにくい．同様の問題は音響の分野でより深刻であった．たとえば音声の解析において，特定の共振周波数（フォルマント）の変化が分析されるが，これは信号全体のフーリエ変換では求められない．そこで，信号を部分的に区切ってフーリエ変換を行うことにより，ある程度時間に局在した周波数を求めることが行われる（窓付きフーリエ変換）．この際「区切る」窓関数は高周波数成分を付加してしまうため，できるだけそういうアーチファクトが少なく扱いやすい窓関数が各種考案されてきた（ハニング窓，ハミング窓など）が，どれも一長一短で完璧でないのは不確定性原理が示すところである．

一方，本題であるガボール刺激の基礎を作った Gábor Dénes（1900–79, 英語では Dennis Gabor と書かれる）はホログラフィの開発研究でノーベル物理学賞（1971 年）を受賞したハンガリーの研究者で，ホログラム作成に関連してかどうかわからないが信号の周波数解析を必要としていた．彼はガウス関数を窓関数として用いた短時間フーリエ変換の方法を開発し，それはガボール変換と呼ばれている．ガウス関数の特徴は，フーリエ変換してもガウス関数になることである．つまり，実次元（空間，時間）と周波数次元の両方で適度に局在しており，理論上，不確定性原理のもとで双方の分散の積を最小にしうることが知られている．つまり，できるだけ短い時間で周波数をできるだけ正確に特定しうる最善の方法ということになる．

ここで，振幅変調波のフーリエ変換を考えてみたい．詳細は教科書等に譲るとして概略だけを示す．包絡線 $f_E(t)$ のフーリエ変換を $F_E(t)$ とすると，振幅変調波 $f(t)=f_E(t)\cos\omega_0 t$ のフーリエ変換は $[F_E(\omega-\omega_0)+F_E(\omega+\omega_0)]/2$ となる．包絡線 $f_E(t)$ がガウス関数ならば $F_E(t)$ もガウス関数であり，その中心周波数が搬送波の周波数 ω_0 だけ正負両方向にずらされる．つまり，ガボールパタンの周波数成分は搬送波の周波数を中心にガウス関数型に局在することになる．

なお，不確定性原理により f_E の分散が小さくなれば F_E の分散が大きくなることは当然であるが改めて指摘しておきたい．周波数領域の局在が重要な場合にはガウス窓をあまり小さくしてはいけない，ということはつい忘れがちかもしれない．

ガボール変換は基本的に周波数によらず同じガウス窓を用いる．しかし，周波数特定に必要な時間が測る周期数によって決まると考えると，測定時間は高周波になるほど短くてよいはずである．フランスのモルレ（Jean Morlet）らは，カーネルを周波数に応じて拡大縮小して用いるウェーブレット解析の手法を 1980 年代に開発した．ウェーブレットは現在，脳波や MEG な

どの周波数解析でも多用されることはご承知のとおりである．余談ながら，ウェーブレットの方法が複数の研究分野で平行して作り上げられ，それらが集合して洗練されていった過程は文献2にたいへんおもしろい読み物としてまとめられている．この本は本稿が最も頼りとした参考書でもあり，著名な視覚研究者も幾人か登場するので一読をお勧めしたい．

ガボールパタンの局在性は視覚研究においてたいへん有用であり，主に1次元の正弦波を2次元ガウスで変調したパタンが用いられてきた．低次視覚野の受容野構造はそのような2次元ガボール関数で近似できるので，その処理をガボール解析，あるいはウェーブレット解析としてとらえることが考えられる．それは，以前からのフーリエ的な解釈からの自然な発展であるともいえよう．Campbell, Robson らが心理物理学に線形システムと周波数解析の概念を導入して以来，低次視覚系の説明としてフーリエ解析のアナロジーが使われてきた．しかし，たとえば空間周波数チャネルの概念と大域的フーリエ解析の間のギャップには著者を含めて多くの人が違和感を覚えたであろう．ガボール変換，あるいはその発展としてのガボール・ウェーブレットであれば，受容野構造の説明としてだけでなく，心理物理学的なチャネルのアナロジーとしてもより自然であるといえるだろう．

4. 視覚刺激としてのガボールパタンと問題点

ここまででお気づきのことと思うが，ガボールパタンは信号解析の道具である．視覚研究においても本来はモデルの道具であり刺激提示の手法ではない．しかし，実次元，周波数次元で局在するガボールパタンは空間周波数と位置を同時に問題にする際の「刺激」としても最適で

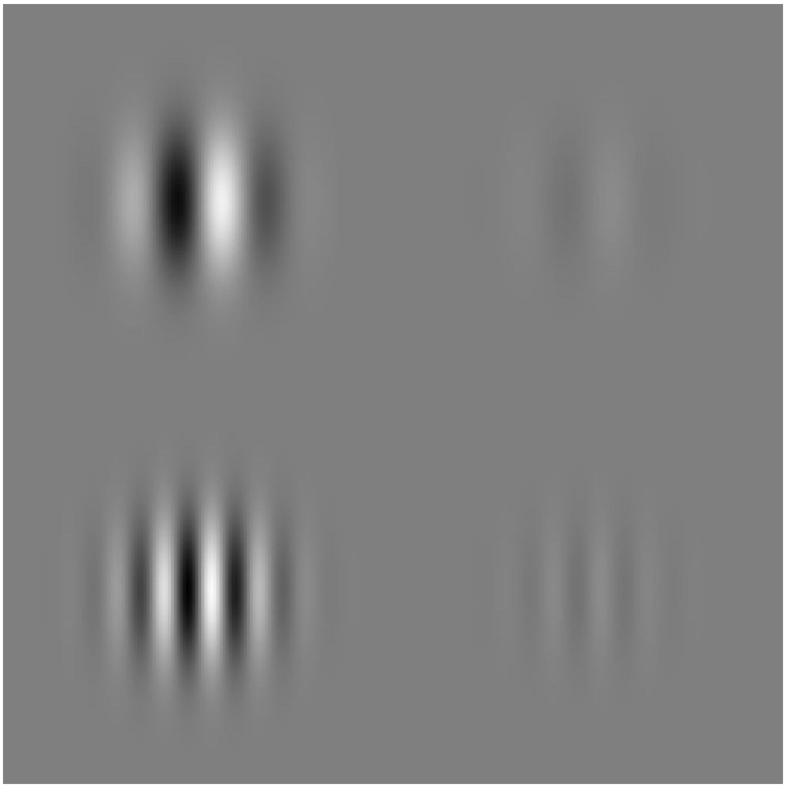

図1　同じガウス関数を使ったガボールパタンでも，搬送波の周波数やコントラストによって見かけの大きさが変化する．

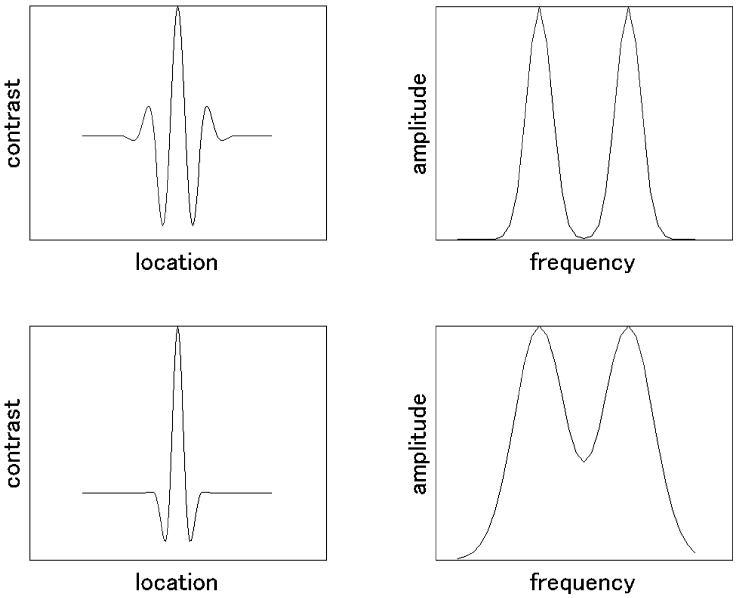

図 2　Cos 位相の 1 次元ガボールパタン（左）とその周波数振幅スペクトル（右，中央が 0）．ガウス窓の幅が狭すぎると顕著な直流成分が生じることがわかる．

あることは確かである．生体側の受容野構造とは関係なく，刺激の物理的特性を制御するという意味で最適ということである．そのため，空間周波数と空間的位置の双方を統制すべき数多くの研究においてガボール刺激が用いられてきたことはきわめて自然であるといえるのではないか．

たとえば，著者らの研究のひとつに，搬送波の動きが空間的定位に与える影響を調べたものがある[3]．この場合，空間周波数を変数として扱ったわけではないが，搬送波と協調して動くとは限らない高周波成分が強いことは望ましくないため，ガウス窓によってそれらを軽減したことに意義があったと考えている．他に例を挙げればきりがないが，近年数多く報告されているガボールパッチどうしの相互作用を調べる研究（興奮性，抑制性を問わず）においては，パッチどうしの空間的な配置関係と，パッチ内の空間周波数や方位などの関係性の双方が重要であるため，ガウス窓で余分な周波数成分を軽減することに意義があるように思われる．

しかし，ガボールパタンにはいくつか問題がある．まずは，空間的な拡がりの曖昧性である．ガウス関数は滑らかに変化するので，どこに閾値がくるかによって全体の見かけの大きさが変化してしまうのである．搬送波が一定であれば比較的問題が少ないが，異なる空間周波数やコントラスト，速さなどが混在する場合，見かけの大きさ，あるいは神経的に活動する領域も変化しうる点に注意が必要である．たとえば，空間定位に関する著者らの研究でも，搬送波に輝度変調縞と色変調縞を用いた場合，検出閾ではなく運動方向弁別閾でスケーリングすると全く見た目の大きさがそろわなくなった．そのため，ガウス窓を断念し，頂上部がフラットなコサイン窓で代用することになった[4]．

見かけの大きさの問題は閾値を求める際にも問題になりうる．検出閾付近では，一定の範囲における検出器が確率的に応答することをもとにモデル化ができる．しかし，頂点が局在したガボールパタンではそれがなりたたなくなる．たとえば，検出器の分布が極度に粗である場合など，わずかな提示位置の違いで閾が大きく違ってしまいかねない．そのあたりについては文献 5 に詳細な議論がある．必ずしも合意できない点があるかもしれないが，見すごしがちな

点の指摘として，ガボール刺激を閾値付近で使用される方にはぜひ一読をお勧めしたい．

最後に，ガウス窓の大きさ（*SD*）について注意しておきたい点がある．まず，先述のとおり，実空間でガウス窓の *SD* が小さくなるほど周波数空間での *SD* は大きくなる．つまり，窓が小さいほど多くの高周波成分が含まれることは意外に忘れがちである．また，*SD* が小さすぎると搬送波の位相が問題になる場合がある．特に，搬送波が奇関数，つまり cos 位相の場合，搬送波の周波数に対して窓が小さすぎると看過できないほどの DC 成分が生じる（図 2）．理由は各自お考えいただきたいが，偶関数と奇関数のフーリエ変換を考えると直感的には理解できるのではないだろうか．

5. おわりに

ガボール刺激が視覚研究に有用であることが，その意味を考察することで改めて確認できたのではないだろうか．意味を考えることで利点，欠点がよく理解できるならば，実験状況によってぜひガボール刺激を用いるべきであるときと，そうでないときの判断ができるだろう．実験開始の前に一度立ち止まって考えていただきたい．

謝辞　たいへん興味深い企画にお誘いいただいた視覚学会 2005 年夏季大会実行委員長，櫻井研三先生，チュートリアルの相方として議論をいただいた田中靖人先生，および分不相応な試みに暖かい励ましとご意見をいただいた参加者の皆様に感謝申し上げます．

文　献

1) W. Heisenberg: Die physikalischen Prinzipien der Quantentheorie. Leipzig: Hirzel, 1930. C. Eckhart and F. C. Hoyt. (Translation): The Physical Principles of the Quantum Theory. New York: Dover, 1950.

2) B. B. Hubbard: Ondes et Ondelettes—la saga d'un outil mathématique—, Paris: Pour la Science, 1995. B. B. ハバード（著），山田道夫・西野　操（訳）：ウェーブレット入門—数学的道具の物語—，朝倉書店，2002.

3) N. Yamagishi, S. J. Anderson and H. Ashida: Evidence for a dissociation between perceptual and visuomotor systems in humans. *Proceedings of the Royal Society of London*, *B*, **268**, 973–977, 2001.

4) 蘆田　宏，山岸典子，S. J. Anderson: 行動特異的位置錯誤は輝度情報に依存する．*Vision*, **16**, 58, 2004.

5) R. E. Fredericksen, P. J. Bex and F. A. J. Verstraten: How big is a Gabor patch, and why should we care? *Journal of the Optical Society of America A*, **14**, 1–12, 1997.